MOMENTLER YÖNTEMİ

Momentler tahmin edicilerinin bulunabilmesi için önce kitle momentlerinin var olması gerekir. Momentler tahmin edicileri, kitle momentlerinin hesaplanıp örneklem momentlerine eşitlenmesiyle bulunur. $X_1, X_2, \ldots, X_n$ olasılık (yoğunluk) fonksiyonu f(x;**θ**) olan bir kitleden örneklem olsun. Kitle momentleri dağılımın parametrelerinin sayısına bağlıdır.

1. kitle momenti E(X)
2. kitle momenti E(X^2)
3. kitle momenti E(X^3)

$\vdots$

k. kitle momenti E(X^k)

şeklinde elde edilir. Benzer şekilde örneklem momentleri

1.örneklem momenti $m_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

2.örneklem momenti $m_2 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$

3. örneklem momenti $m_3 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^3$

$\vdots$

k. örneklem momenti $m_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^k$

şeklinde hesaplanır.

Kitlenin k tane parametresi olduğunda 1. örneklem momenti 1.kitle momenti ile; 2.örneklem momenti 2. kitle momenti ile,…,k. örneklem momenti ile k. kitle momenti eşitlenip,

E(X) = $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i$

E(X^2)= $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i^2$

$\vdots$

$E(X^k)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^k$

bu eşitliklerin çözülmesi ile parametrelerin momentler tahmin edicileri elde edilir.

Örnek:

$X_1, X_2, \ldots, X_n$ Düzgün(0,θ) olan dağılıma sahip rastgele bir örneklem olsun. θ parametresinin momentler tahmin edicisini bulunuz?

Çözüm:

X~Düzgün (0,θ) ise X rastgele değişkeninin olasılık yoğunluk fonksiyonu

$$f(x;\theta)=\begin{cases} \frac{1}{\theta}, & 0 < x < \theta \\ 0, & dd \end{cases}$$

şeklindedir. 1. kitle momenti

$$E(X) = \int_0^{\theta} x\frac{1}{\theta}\,dx = \frac{\theta}{2}$$

1.örneklem momenti

$$m_1 = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i = \bar{X}$$

dir. 1. kitle momentinin 1. örneklem momentine eşitlenmesiyle θ parametresinin momentler tahmin edicisi

$$E(X) = m_1$$

$$\frac{\hat{\theta}}{2} = \bar{X}$$

$$\hat{\theta} = 2\bar{X}$$

şeklinde bulunur.

Kaynaklar

(1) Akdi, Y. (2010) Matematiksel İstatistiğe Giriş, Gazi Kitabevi, Ankara.

(2) Hogg, R. V. And Craing, A. T. (1989). Introduction to Mathematical Statistics. 4th Ed., New York: Macmillan Publishing Co.

(3) Mendenhall, W., Wackerly, D. D. and Scheaffer, R. (1990). Mathematical Statistics with Applications. 4th Ed., Boston: PWS-Kent Publishing Company.

(4) Hogg, R. V. And Tanis, E. A. (1993) Probability and Statistical Inference. 4th Ed., New York: Macmillan Publishing Co.

(5) Larson, H. J. (1982). Introduction to Probability Theory and Statistical Inference. 3rd Ed., New York: John Wiley ve Sons.

(6) Öztürk, F., Akdi, Y., Aydoğdu, H. Ve Karabulut, İ. (2006). Parametre Tahmini ve Hipotez Testi, Bıçaklar Kitabevi, Ankara.

(7) Casella, G. ve Berger, R.L. (2002). Statistical Inference, Second Edition, Duxbury.